

# Universidade Federal de Alfenas

## Projeto e Análise de Algoritmos

Aula 02 – Um pouco da história da computação

[humberto@bcc.unifal-mg.edu.br](mailto:humberto@bcc.unifal-mg.edu.br)

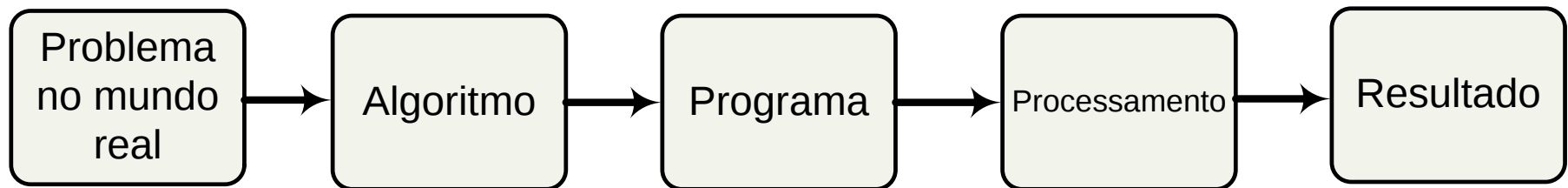


# Última aula...

- Fundamentos de Matemática;
- Medida do Tempo de Execução de um Programa;
- Técnicas de Projeto e Análise de Algoritmos;
- Classes NP-Difícil e NP-Completo;
- Algoritmos heurísticos.

Como vocês já sabem...

Passo para a computação de alguma coisa...



# Computação Efetiva

## *História*

- *Mesmo antes do aparecimento dos primeiros computadores, os matemáticos já se preocupavam com a noção de computação efetiva.*
- *Trabalhavam a partir de uma notação imprecisa.*



# Filosofando sobre a computabilidade

- O que é para você um problema computável?
- Quais são os problemas computáveis?
- Existem problemas que não podem ser resolvidos pelo computador?

# Computabilidade

- Para resolver estas questões, vamos analisar o que já foi dito sobre o assunto até os dias de hoje...

# 1936

## A computabilidade (definição)

- Em 1936, Alan Turing propôs o termo “computável”.
- Turing, definiu em seu trabalho, um artefato teórico, que ele chamou de **Máquina de Computar**.  
*Observação: antes da existência de computadores. Apareceram só nos anos 50.*
- O que pode ser efetuado pela **Máquina de Computar**?
- *Observação importante: A máquina de computar proposta por Turing é tão poderosa quanto os computadores atuais.*

# 1936

## A computabilidade (pontos negativos)

- O estudo da computabilidade mostrou dois **resultados negativos com relação ao computador teórico**:
  - Nem tudo pode ser resolvido com o intermédio da Máquina de Computar. (Gödel)
  - É impossível apontar com precisão a classe dos problemas computáveis (Turing).  
*“sabemos que existem problemas não resolvíveis através dos computadores atuais, mas não sabemos exatamente quais são.”*

# 1936

## A computabilidade (exemplo)

- Para um calouro em computação, pode ser difícil imaginar um problema não computável. Vamos a um exemplo prático:
  - *O algoritmo  $X$  pára para qualquer entrada válida de dados?*

# Computação e Matemática

## Relação

- Turing: 1936... Mas vamos voltar um pouco no tempo... No século XIX.

# Século XIX

## Alguns problemas com a matemática da época...

- Foi proposto o Paradoxo de Aquiles
  - *“Aquiles e a Tartaruga decidem apostar uma corrida de 100 metros. Aquiles corre 10 vezes mais rápido do que a tartaruga, e por isto, a tartaruga inicia com 80 metros de vantagem. Aquiles percorre rapidamente a distância inicial que o separa da tartaruga, mas ao alcançar os 80 metros iniciais, a tartaruga já se encontrará 8 metros à frente. Ao alcançar mais 8 metros à frente, a tartaruga já terá avançado mais 0,8 metros, e assim, Aquiles nunca alcançará a tartaruga.”*

# Século XIX

## Alguns problemas com a matemática da época...

- Viu-se que a **matemática baseada apenas na intuição** nem sempre correspondia aos experimentos práticos, e por isso precisava de maior formalidade para se tornar confiável.
- Assim como o paradoxo de Aquiles, inúmeros outros foram propostos para **aumentar o poder do ferramental matemático da época**.

# Século XIX

## Alguns problemas com a matemática da época...

- O problema de Aquiles e da Tartaruga só foi explicado com o conceito de séries.
  - Os intervalos formam uma progressão geométrica e sua soma converge para um valor finito.
  - Ou seja, Aquiles alcança a tartaruga em um tempo finito.

## Fim do século XIX, e início do século XX

### Problemas e soluções...

- *“A idéia de considerar a matemática como um sistema formal empolgava os matemáticos do século XIX.”*
- “Os resultados obtidos naquela época, precedentes à invenção do computador, se aplicam hoje em dia, já que o computador é um sistema formal.”
- “Em 1900, o matemático alemão David Hilbert lançou, no Segundo Congresso Internacional de Matemática, em Paris, um desafio aos matemáticos da época. Ele reuniu uma lista de 23 problemas em aberto, e convocou uma união de esforços para que se buscasse a solução daqueles problemas. Este episódio é peça relevante na busca pela fundamentação da matemática.”
- 8 ainda não foram resolvidos;



## Fim do século XIX, e início do século XX

### Problemas e soluções...

- *Naquela época, os matemáticos e filósofos se sentiam incomodados com a existência de problemas cuja falsidade ou veracidade, até então, não haviam sido provadas.*
- A presença de problemas supostamente verdadeiros ou supostamente falsos permeando todo aparato matemático representava uma ameaça ao rigor matemático que se buscava.
- **Hilbert acreditava** na **matemática** como um **sistema formal**, sustentado por uma pequena quantidade de axiomas, e **completo**: qualquer proposição expressa naquele sistema poderia ser provada no próprio sistema.

# 1928

## O esforço dos matemáticos da época...

- As pesquisas queriam mostrar que a matemática era:
  - Completa;
  - Consistente;
  - Decidível;
- De 1900 a 1930, grande parte da comunidade matemática mundial acreditou na existência de uma matemática segura, finita, provadamente correta e livre de imprecisões.
- Mas...

# 1931

## O Teorema de Kurt Gödel

- Teorema mais conhecido como Teorema da Incompletude de Gödel:
  - **Preposições formais poderiam ser indecidíveis.** Ou seja: dizer se são verdadeiras ou falsas.
- O teorema de Gödel foi tão importante que fez Hilbert voltar de sua aposentadoria para tentar contribuir mais com a história da matemática. Tal esforço infelizmente não resultou em grandes avanços...
- **Nota interessante:** Gödel, em suas anotações possui apenas uma referência cristã, e foi justamente ao provar a incompletude matemática: *“Que Maria, Mãe de Deus, tenha piedade de mim!”*

# 1931

## O Teorema de Kurt Gödel

- Neste ponto os matemáticos perderam seu próprio chão (**a matemática não poderia ser usada para provar a própria matemática**).
- **As hipóteses propostas poderiam ser indemonstráveis**. Ou seja: Alguns dos 23 problemas de Hilbert podem não ter solução em passos matemáticos bem definidos.
- A divulgação do Teorema de Gödel causou uma enorme angústia dentre a comunidade matemática. Em particular, **sensibilizou o então estudante de graduação em Cambridge, Alan Turing**.
- Vamos voltar para a computação!!! ☺

# 1936

## Computabilidade, definida por Alan Turing

- Turing apresenta uma máquina hipotética através da qual ele formaliza o conceito de *computável*, e mostra que o Problema de Decisão de Hilbert não tem solução.
- Verificar a validade de predicados formalizados na Lógica de Primeira Ordem é um problema indecidível....

# 1936

## Em outro lugar no mundo...

- No mesmo ano, 1936, um pouco antes de Turing, Alonzo Church havia chegado à mesma conclusão de Turing, de forma totalmente independente, e por um caminho diverso àquele traçado por ele.
- Assim, Turing e Church atacam a terceira questão levantada por Hilbert e põem fim a abordagem formalista da matemática. Inicia-se uma nova era, onde problemas não solucionados se confundem com problemas não solucionáveis, e não há mecanismo efetivo que permita distinguir um do outro.

# Atualmente

- Até os dias de hoje, não sabemos se a hipótese de Church e de Turing (**Church-Turing**) é verdadeira. Pois ela é baseada em um modelo computacional específico...
- Ou seja:
- Todos problemas que podem ser computados, são de alguma forma computados pelas máquinas que conhecemos nos dias de hoje.
- Ou seja, não existe máquina com maior poder computacional?

# Atualmente

- Existem defensores de ambas as idéias.
- Recentemente ainda aparecem teses afirmando que existem chances de que não conhecemos todo o poder das máquinas. Mas os argumentos são basicamente filosóficos.
- Mas as evidências nos levam a crer que não. Elas já chegaram no limite do poder de resolução de problemas, e é possível apenas melhorar sua performance.  
“hipótese corroborada!!!”

# Porque isso é importante para um profissional de Computação?

- Ao depararmos com um problema, a princípio de difícil solução, devemos levantar a seguinte questão:
  - Será que este problema possui solução para todas as entradas? Ou seja: É decidível?
  - Posso construir um algoritmo/programa que termina em tempo finito para o problema?

# Conclusões

- Ainda nos dias de hoje, não sabemos se o computador que utilizamos possui o maior poder computacional possível.
- Não relacionado a velocidade/performance, mas relacionado a capacidade de resolver ou não problemas.
- Será que a Máquina de Turing, proposta em 1936, reconhece TUDO que pode ser computado por máquinas?
- Será que não existem arquiteturas mais poderosas que os computadores atuais?
- Ainda não sabemos 😞

# Computação Efetiva

## Curiosidade

- *Durante a década de 30, vários formalismos foram propostos, e posteriormente foi provado que todos possuem a mesma expressividade:*

- *Funções  $\mu$ -recursivas;*
- *Sistemas de Post;*
- *$\lambda$ -Cálculo;*
- *Máquinas de Turing;*



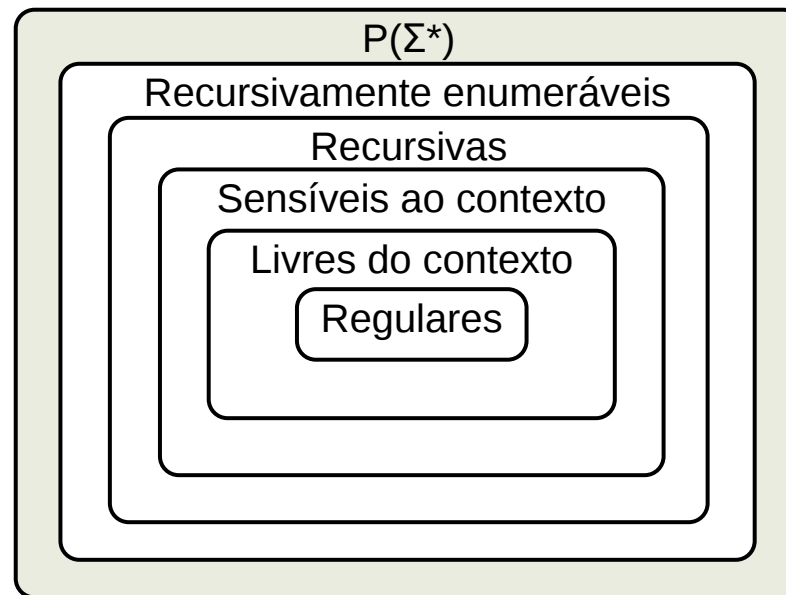
Abordagens  
TOTALMENTE  
DIFERENTES, com o  
mesmo PODER  
COMPUTACIONAL



# Computação Efetiva

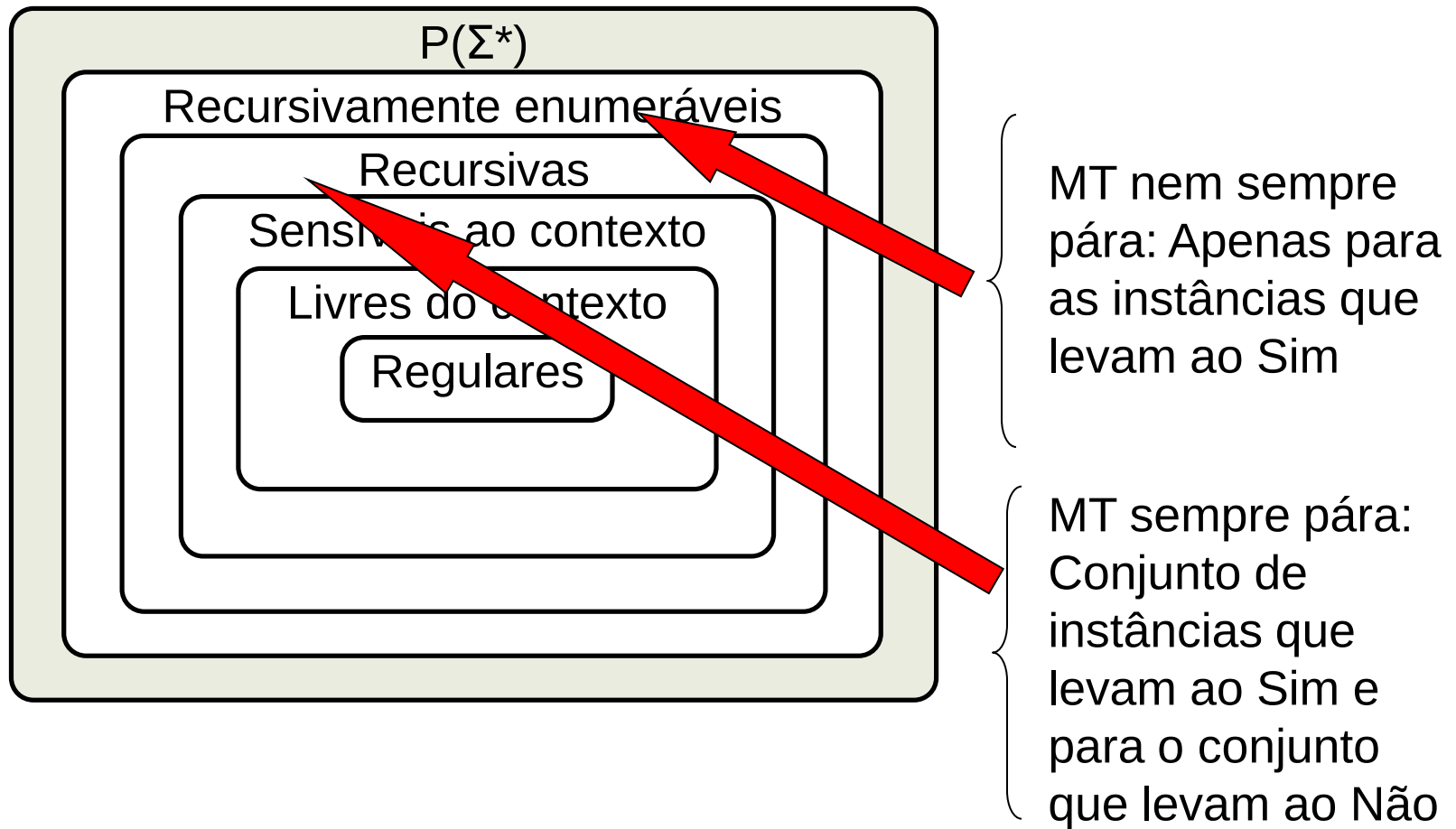
## Conjunto de Linguagens

Nem todas as linguagens podem ser reconhecidas por Máquinas de Turing

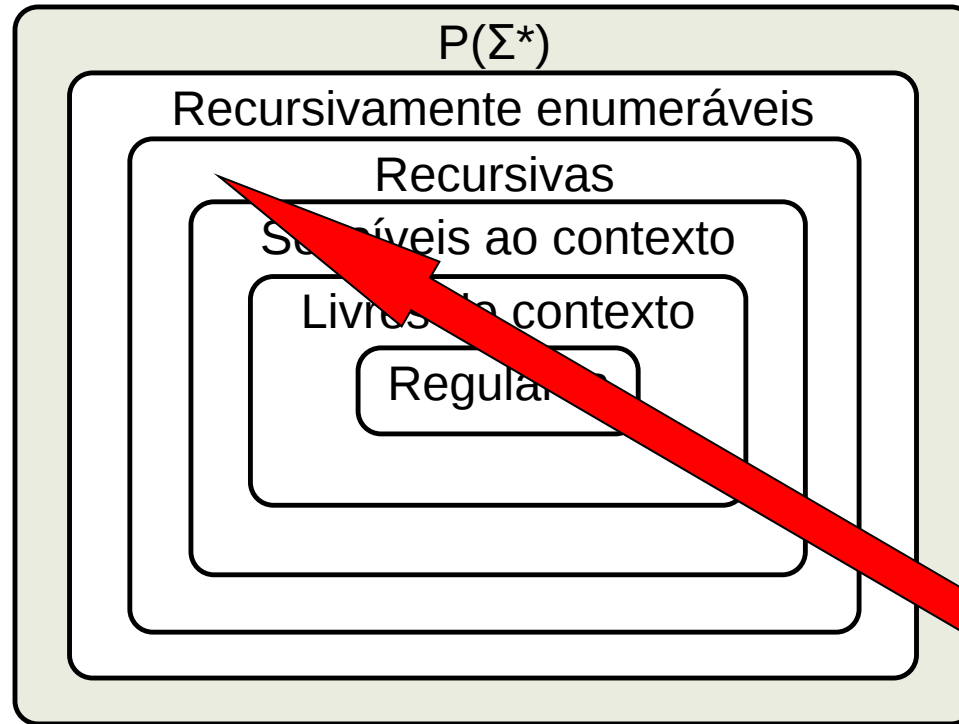


$$LReg's \subsetneq LLC's \subsetneq LSC's \subsetneq LRec's \subsetneq LRE's \subsetneq P(\Sigma^*)$$

# Máquinas de Turing e Problemas de Decisão



# Máquinas de Turing e Problemas de Decisão



Nestes problemas  
que a disciplina de  
PAA irá se  
concentrar...

# Leitura para a próxima aula

- Livro do Cormen:
  - Parte III - Apêndice: Fundamentos de matemática
    - Somatórios

# Bibliografia

- SIPSER, Michael. Introdução à Teoria da Computação. 2a ed.:São Paulo, Thomson, 2007.
- VIEIRA, Newton José. Introdução aos Fundamentos da Computação: Linguagens e Máquinas. 1a ed.: Rio de Janeiro: Thomson, 2006.

