

Teoria dos Grafos

Introdução

Representação computacional

Prof. Humberto Brandão

humberto@unifal-mg.edu.br

aula disponível no site:

<http://bcc.unifal-mg.edu.br/~humberto/>

Universidade Federal de Alfenas
Departamento de Ciências Exatas
versão da aula: 0.2

Representação

- E se quisermos **armazenar** um grafo em um computador?
- Precisamos **armazenar os dados essenciais** da definição de grafo;
- A partir desta informação pode-se construir uma representação visual ou efetuar operações sobre o grafo;
- Estruturas comumente utilizadas:
 - Matriz de Adjacência;
 - Matriz de Incidência;
 - Lista de Adjacência.

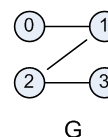
Matriz de Adjacência

Representação

Matriz de adjacência

- Lembrando o conceito de adjacência:
 - a é adjacente a b se a está conectado a b ;
- A matriz de adjacência possui a informação que reflete este conceito:
- Suponha a matriz quadrada M

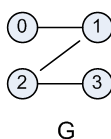
$$m_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{se } i \text{ é adjacente a } j \\ 0, & \text{em caso contrário} \end{cases}$$



Representação

Matriz de adjacência

$$m_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{se } i \text{ é adjacente a } j \\ 0, & \text{em caso contrário} \end{cases}$$



	0	1	2	3
0	0	1	0	0
1	1	0	1	0
2	0	1	0	1
3	0	0	1	0

Representação

Matriz de adjacência

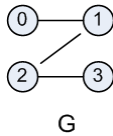
Em um grafo K_n , como seria a matriz de adjacência?

E em um grafo complemento de K_n ?

Representação

Matriz de adjacência

	0	1	2	3
0	0	1	0	0
1	1	0	1	0
2	0	1	0	1
3	0	0	1	0



- Vantagem???
- Desvantagem???

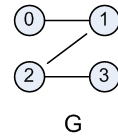
Representação

Matriz de adjacência

- Vantagem:
 - Acesso: $\Theta(1)$
- Desvantagens???

– Memória: $\Theta(|V|^2)$

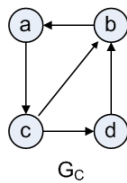
	0	1	2	3
0	0	1	0	0
1	1	0	1	0
2	0	1	0	1
3	0	0	1	0



Representação

Matriz de adjacência

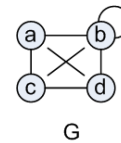
- É possível representar grafos direcionados usando matriz de adjacência???



Representação

Matriz de adjacência

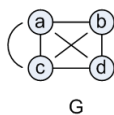
- É possível representar grafos com arestas laço utilizando matriz de adjacência?



Representação

Matriz de adjacência

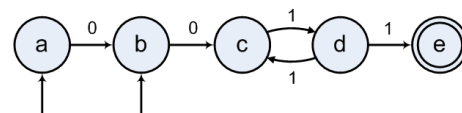
- É possível representar grafos com arestas paralelas utilizando matriz de adjacência?



Representação

Matriz de adjacência

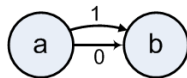
- É possível representar grafos com arestas valoradas utilizando matriz de adjacência?



Representação

Matriz de adjacência

- É possível representar grafos com arestas valoradas e com arestas paralelas utilizando matriz de adjacência?



Matriz de Incidência

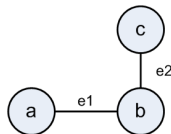
Representação

Matriz de Incidência

- A matriz de incidência possui a seguinte dimensão:

$$|V| \times |A|$$

- Suponha a matriz $M_{|V| \times |A|}$



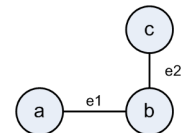
$$m_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{se a aresta } j \text{ incide no vértice } i \\ 0, & \text{em caso contrário} \end{cases}$$

Representação

Matriz de Incidência

$$m_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{se a aresta } j \text{ incide no vértice } i \\ 0, & \text{em caso contrário} \end{cases}$$

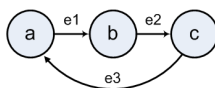
	e1	e2
a	1	0
b	1	1
c	0	1



Representação

Matriz de Incidência

- Podemos representar grafos orientados utilizando matriz de incidência???

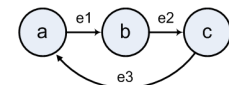


Representação

Matriz de Incidência

$$m_{i,j} = \begin{cases} +1, & \text{se a aresta } j \text{ tem como origem o vértice } i \\ -1, & \text{se a aresta } j \text{ tem como destino o vértice } i \\ 0, & \text{em caso contrário} \end{cases}$$

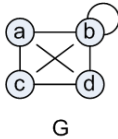
	e1	e2	e3
a	+1	0	-1
b	-1	+1	0
c	0	-1	+1



Representação

Matriz de Incidência

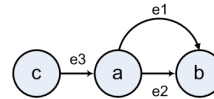
- É possível representar grafos com arestas laço utilizando matriz de incidência?



Representação

Matriz de Incidência

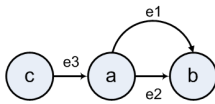
- É possível representar grafos com arestas paralelas utilizando matriz de incidência?



Representação

Matriz de Incidência

- É possível representar grafos com arestas paralelas utilizando matriz de incidência?



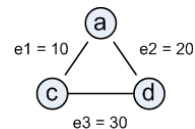
Mesma representação
para situações distintas

	e1	e2	e3
a	+1	+1	-1
b	-1	-1	0
c	0	0	+1

Representação

Matriz de Incidência

- É possível representar grafos com arestas valoradas utilizando matriz de incidência?

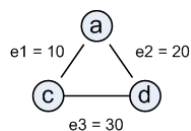


Representação

Matriz de Incidência

- É possível representar grafos com arestas valoradas utilizando matriz de incidência?

$$m_{i,j} = \begin{cases} c_j, & \text{se a aresta } j \text{ incide no vértice } i \\ 0, & \text{em caso contrário} \end{cases}$$

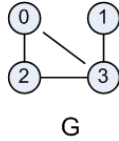
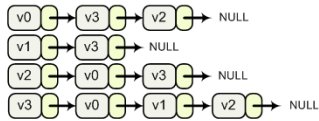


Lista de Adjacência

Representação

Lista de Adjacência

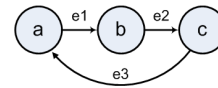
Vetor de Listas



Representação

Lista de Adjacência

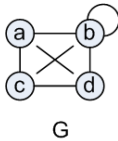
- Podemos representar **grafos orientados** utilizando lista de adjacência?



Representação

Lista de Adjacência

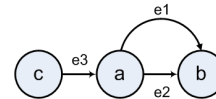
- É possível representar grafos com **arestas laço** utilizando lista de adjacência?



Representação

Lista de Adjacência

- É possível representar grafos com **arestas paralelas** utilizando lista de adjacência?

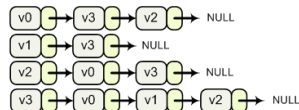


Representação

Lista de Adjacência

- Vantagem?
- Desvantagem?

Vetor de Listas



Representação

Lista de Adjacência

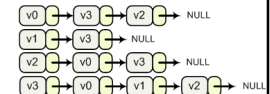
- Vantagem?

– Memória: $\Theta(|V| + |A|)$

- Desvantagem

– Acesso: $\Theta(|A|)$

Vetor de Listas



Bibliografia

- CORMEN, T. H.; LEISERSON, C. E.; RIVEST, R. L.; (2002). Algoritmos - Teoria e Prática. Tradução da 2ª edição americana. Rio de Janeiro. Editora Campus.
- ZIVIANI, N. (2007). Projeto e Algoritmos com implementações em Java e C++. São Paulo. Editora Thomson;

