Universidade Federal de Alfenas

Linguagens Formais e Autômatos

Aula 06 – Autômatos Finitos Determinísticos

humberto@bcc.unifal-mg.edu.br

Últimas aulas…

- Linguagens Formais vs Linguagens Naturais

Últimas aulas…

- Linguagens Formais vs Linguagens Naturais

- Gramáticas
  - $G = (V, \Sigma, R, P)$
    - V
    - Σ
    - R
    - P

Últimas aulas…

- Linguagens Formais vs Linguagens Naturais
- Gramáticas
  - $G = (V, \Sigma, R, P)$
    - V
    - Σ
    - R
    - P

$$G = (V, \Sigma, R, P)$$

$$V = \{P, T, N, D\}$$

$$\Sigma = \{+, -, (,), 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$R \text{ contém as regras}:$$

$$P \rightarrow P + T \mid P - T \mid T$$

$$T \rightarrow (P) \mid N$$

$$N \rightarrow DN \mid D$$

$$D \rightarrow 0 \mid 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \mid 6 \mid 7 \mid 8 \mid 9$$

Autômatos Finitos (AFs)

- Existem dois tipos de máquinas de estados finitos:

Autômatos Finitos (AFs)

- Existem dois tipos de máquinas de estados finitos:

  - Transdutoras:
    - São máquinas com entrada e saída. A saída pode ser considerada uma saída qualquer.

Autômatos Finitos (AFs)

- Existem **dois tipos de máquinas de estados finitos**:
  - **Transdutoras**:
    - São máquinas com entrada e saída. A saída pode ser considerada uma saída qualquer.
  - **Reconhecedoras**:
    - São máquinas com duas saídas possíveis.
      - Verdadeiro ou falso.

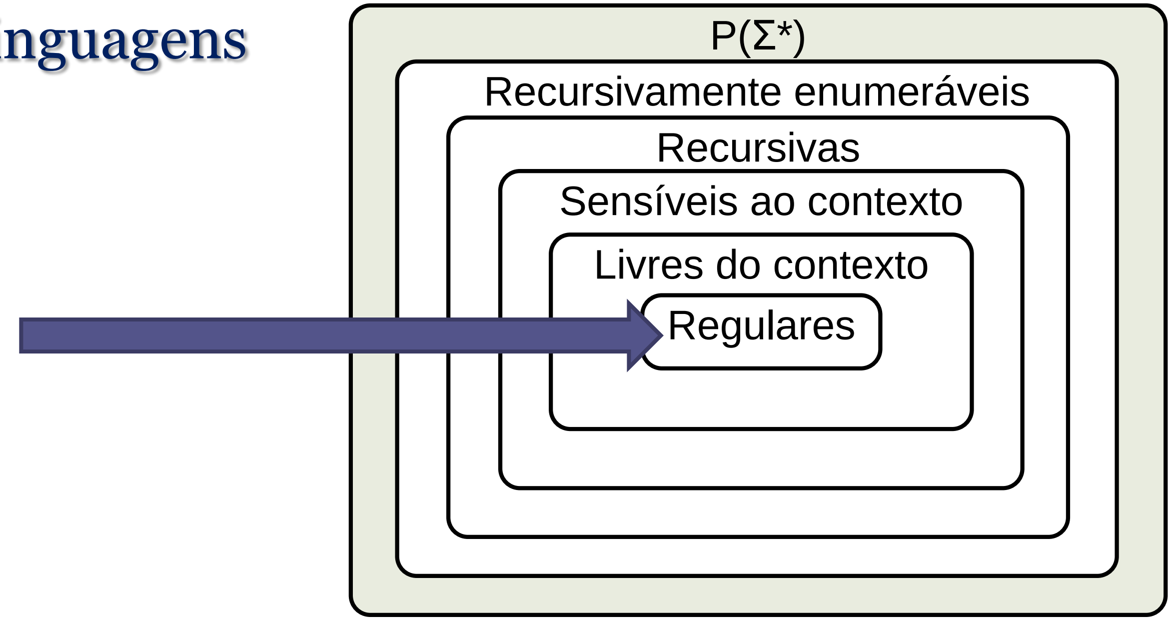
Autômatos Finitos (AFs)

- Aos **AFs são bons modelos para computadores com uma quantidade** extremamente **limitada de memória**;

Autômatos Finitos (AFs)

- Aos AFs são bons modelos para computadores com uma quantidade extremamente limitada de memória;

- Com esta limitação, eles **reconhecem um conjunto limitado** de linguagens:
  - Reconhece as **linguagens regulares** (LR).



Autômatos Finitos (AFs)

- Diante do fato que AFs possuem memória limitada, surge a pergunta:

Autômatos Finitos (AFs)

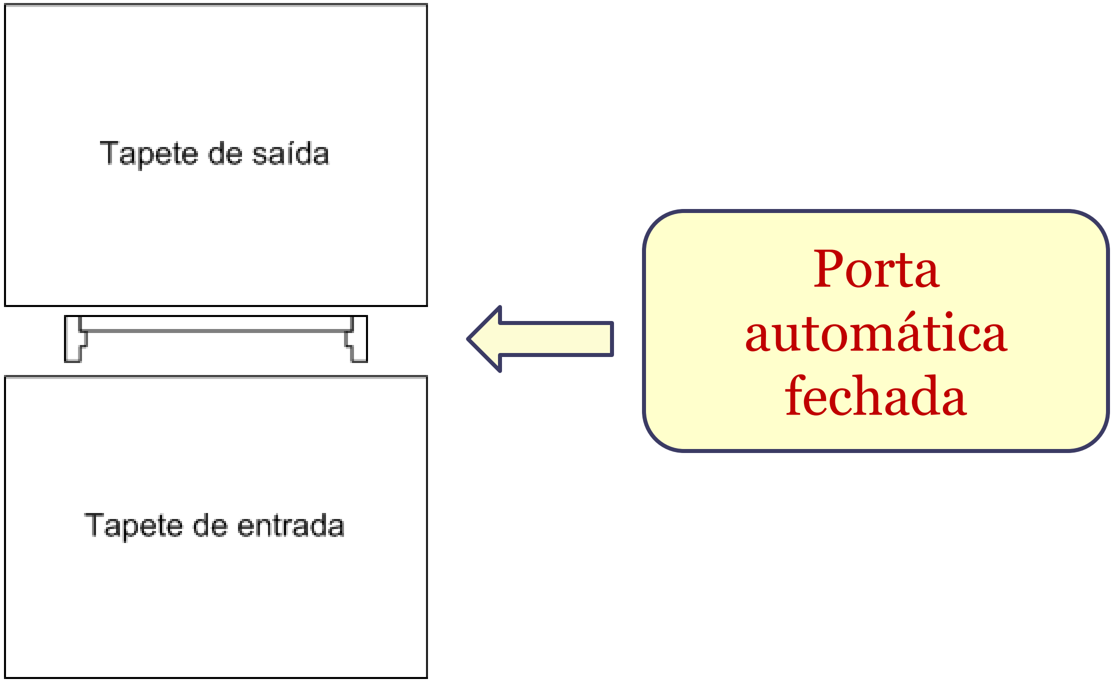
- Diante do fato que AFs possuem memória limitada, surge a pergunta:

O que um computador pode fazer com uma memória tão pequena?

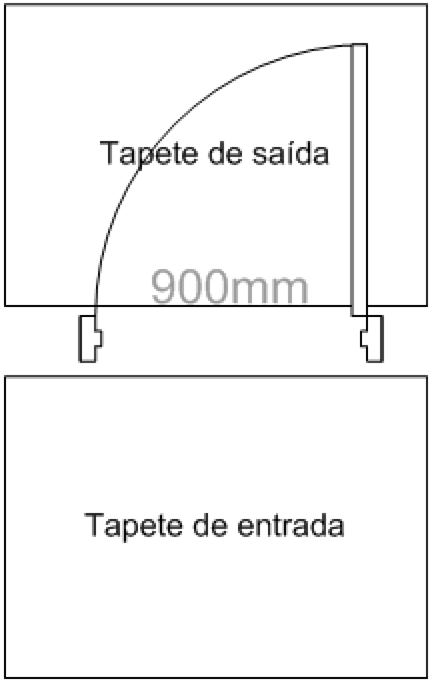
Autômatos Finitos (AFs)

- O controlador de porta automática é um exemplo deste tipo de dispositivo, geralmente encontrado em supermercados e restaurantes;

Autômatos Finitos (AFs)

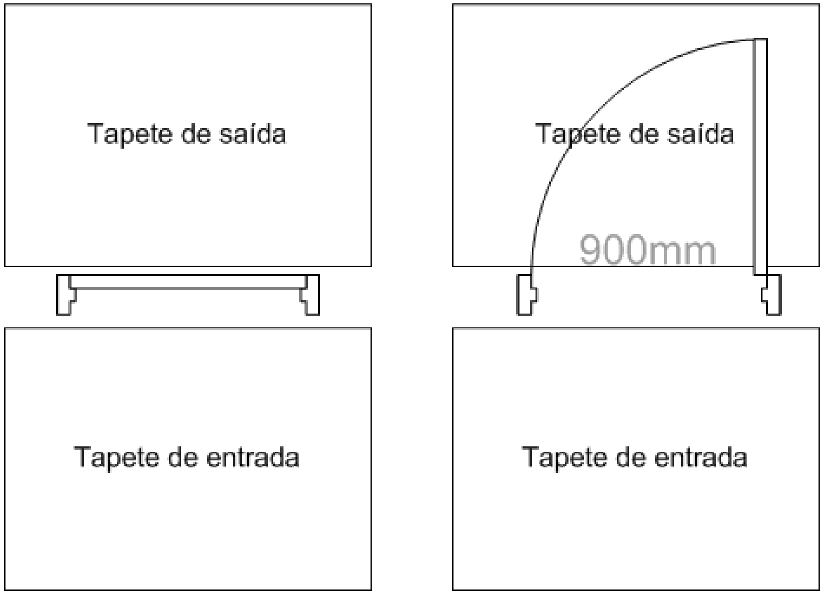


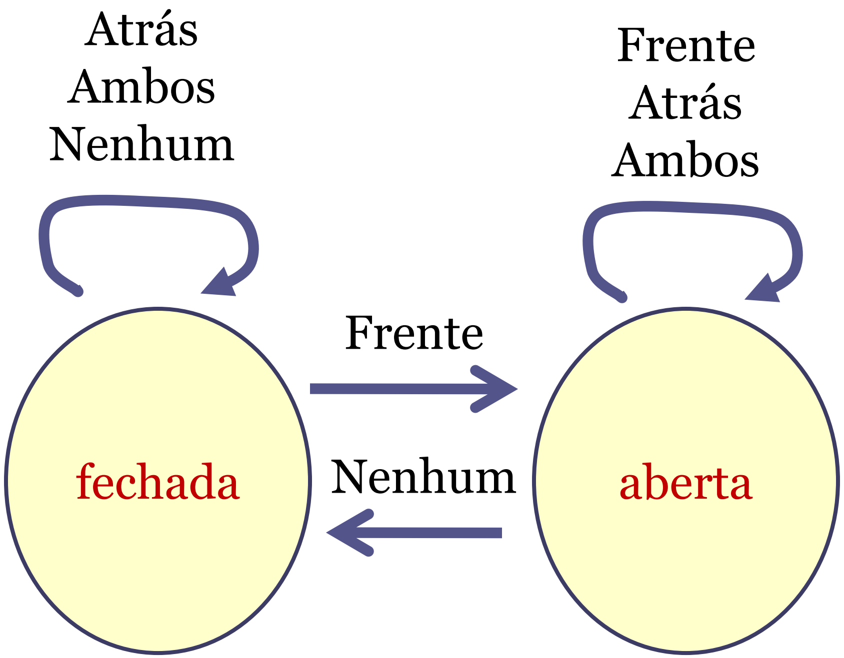
Autômatos Finitos (AFs)



Porta automática aberta

Autômatos Finitos (AFs)





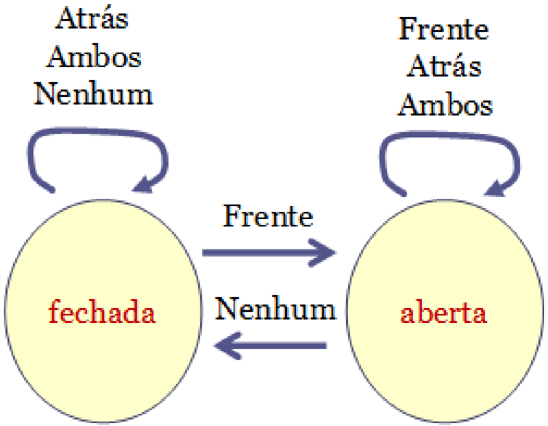
Autômatos Finitos (AFs)

Tabela de transição de estados

sinal de entrada

estado

	Nenhum	Frente	Atrás	Ambos
Fechado	Fechado	Aberto	Fechado	Fechado
Aberto	Fechado	Aberto	Aberto	Aberto



Autômatos Finitos (Afs)

- Pensar em um controlador de parta como um autômato finito é útil porque este é capaz de ser implementado com apenas um bit de memória, capaz de registrar em qual dos dois estados o controlador está.

Autômatos Finitos (Afs)

- Pensar em um **controlador de parta como um autômato finito é útil** porque este é capaz de ser implementado com apenas **um bit de memória, capaz de registrar em qual dos dois estados o controlador está**.

- Outros, e **inúmeros sistemas podem ser descritos através de autômatos** finitos.

Autômatos Finitos (Afs)

- Vamos dar uma olhada mais cuidadosa em autômatos finitos com uma visão matemática;

Autômatos Finitos (Afs)

- Vamos agora dar uma olhada mais cuidadosa em autômatos finitos com uma visão matemática;

- Uma definição precisa para descrever e manipular autômatos finitos.

Autômato Finito Determinístico

Autômatos Finitos Determinístico (AFD)

- Um autômatos finito determinístico é uma estrutura matemática constituída por três tipos de entidades:

Autômatos Finitos Determinístico (AFD)

- Um autômatos finito determinístico é uma estrutura matemática constituída por três tipos de entidades:
  - Um conjunto de estados;

Autômatos Finitos Determinístico (AFD)

- Um autômatos finito determinístico é uma estrutura matemática constituída por três tipos de entidades:
  - Um conjunto de estados;
  - Um alfabeto;

Autômatos Finitos Determinístico (AFD)

- Um autômatos finito determinístico é uma estrutura matemática constituída por três tipos de entidades:

  - Um conjunto de estados;
  - Um alfabeto;
  - Um **conjunto de transições**;

Autômatos Finitos Determinístico (AFD)

- Dos estados, destacamos um como estado inicial;

Autômatos Finitos Determinístico (AFD)

- Dos estados, destacamos um como estado inicial;

- Destacamos também um conjunto de estados como estados finais;

Autômatos Finitos Determinístico (AFD)

- Dos estados, destacamos um como estado inicial;
- Destacamos também um conjunto de estados como estados finais;
- O conjunto de transições é definido através de uma função.

Autômatos Finitos Determinístico (AFD)

- Um autômato finito é definido pela tupla:

$$AFD = (E, \Sigma, \delta, i, F)$$

Autômatos Finitos Determinístico (AFD)

- Um autômato finito é definido pela tupla:

$$AFD = (E, \Sigma, \delta, i, F)$$

- E: conjunto finito não vazio de estados;

Autômatos Finitos Determinístico (AFD)

- Um autômato finito é definido pela tupla:

$$AFD = (E, \Sigma, \delta, i, F)$$

- E: conjunto finito não vazio de estados;
- Σ: conjunto que define o alfabeto;

Autômatos Finitos Determinístico (AFD)

- Um autômato finito é definido pela tupla:

$$AFD = (E, \Sigma, \delta, i, F)$$

- E: conjunto finito não vazio de estados;
- Σ: conjunto que define o alfabeto;
- δ: E x Σ → E: uma função de transição;

Autômatos Finitos Determinístico (AFD)

- Um autômato finito é definido pela tupla:

$$AFD = (E, \Sigma, \delta, i, F)$$

- E: conjunto finito não vazio de estados;
- Σ: conjunto que define o alfabeto;
- δ: E x Σ → E: uma função de transição;
- $i \in E$: estado inicial;

Autômatos Finitos Determinístico (AFD)

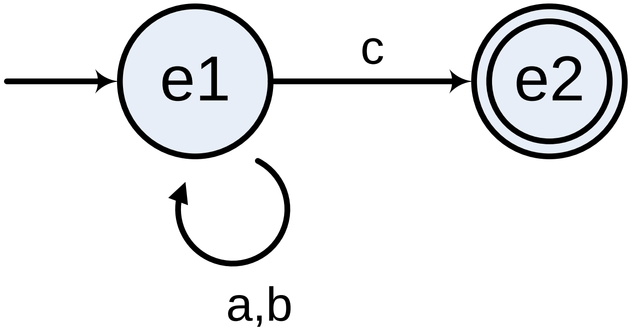
- Um autômato finito é definido pela tupla:

$$AFD = (E, \Sigma, \delta, i, F)$$

- E: conjunto finito não vazio de estados;
- Σ: conjunto que define o alfabeto;
- δ: E x Σ → E: uma função de transição;
- $i \in E$: estado inicial;
- F: um subconjunto de E, que representa o conjunto de estados finais.

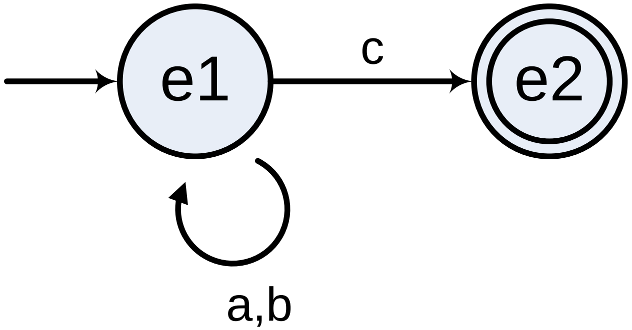
Autômatos Finitos Determinístico (AFD)

- Exemplo de AFD:



$$M_1 = (E, \Sigma, \delta, i, F)$$

Autômatos Finitos Determinístico (AFD)



- Exemplo de AFD:

$$M_1 = (E, \Sigma, \delta, i, F)$$

$$E = ?$$

$$\Sigma = ?$$

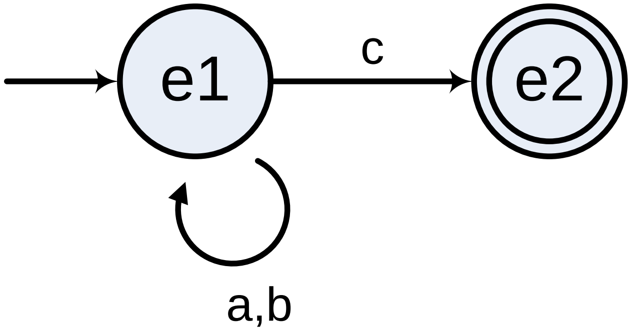
$$\delta = ?$$

$$i = ?$$

$$F = ?$$

Autômatos Finitos Determinístico (AFD)

- Exemplo de AFD:



$$M_1 = (E, \Sigma, \delta, i, F)$$

$$\boxed{E = \{e_1, e_2\}}$$

$$\Sigma = ?$$

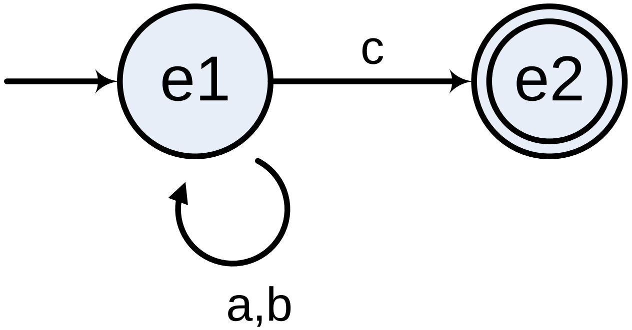
$$\delta = ?$$

$$i = ?$$

$$F = ?$$

Autômatos Finitos Determinístico (AFD)

- Exemplo de AFD:



$$M_1 = (E, \Sigma, \delta, i, F)$$

$$E = \{e_1, e_2\}$$

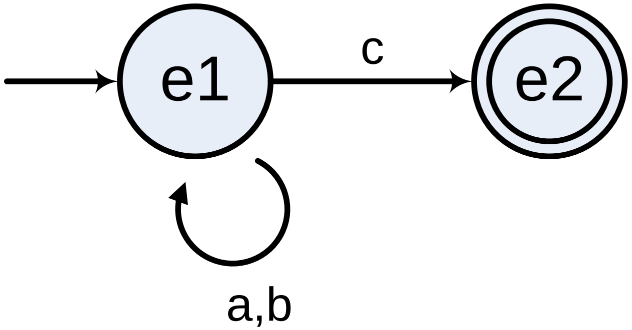
$$\boxed{\Sigma = \{a, b, c\}}$$

$$\delta = ?$$

$$i = ?$$

$$F = ?$$

Autômatos Finitos Determinístico (AFD)



- Exemplo de AFD:

$$M_1 = (E, \Sigma, \delta, i, F)$$

$$E = \{e_1, e_2\}$$

$$\Sigma = \{a, b, c\}$$

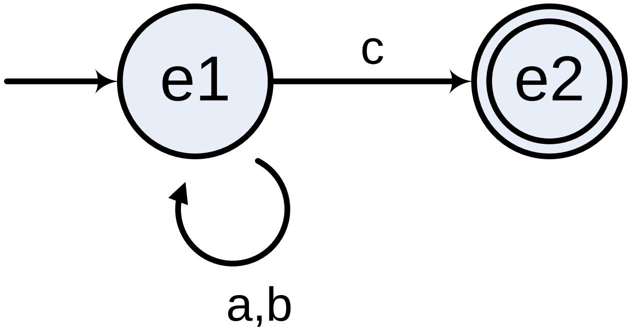
$$\boxed{\delta = \{(e_1, a) \rightarrow e_1; (e_1, b) \rightarrow e_1; (e_1, c) \rightarrow e_2\}}$$

$$i = ?$$

$$F = ?$$

Autômatos Finitos Determinístico (AFD)

- Exemplo de AFD:



$$M_1 = (E, \Sigma, \delta, i, F)$$

$$E = \{e_1, e_2\}$$

$$\Sigma = \{a, b, c\}$$

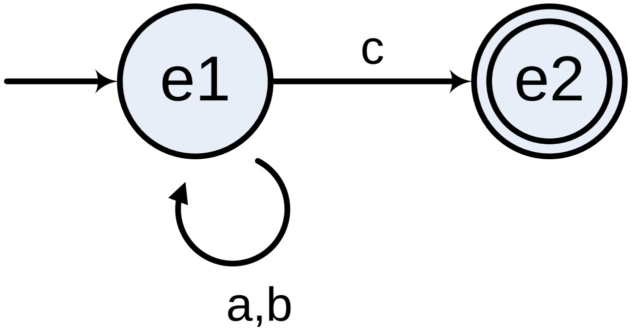
$$\delta = \{(e_1, a) \rightarrow e_1; (e_1, b) \rightarrow e_1; (e_1, c) \rightarrow e_2\}$$

$$\boxed{i = e_1}$$

$$F = ?$$

Autômatos Finitos Determinístico (AFD)

- Exemplo de AFD:



$$M_1 = (E, \Sigma, \delta, i, F)$$

$$E = \{e_1, e_2\}$$

$$\Sigma = \{a, b, c\}$$

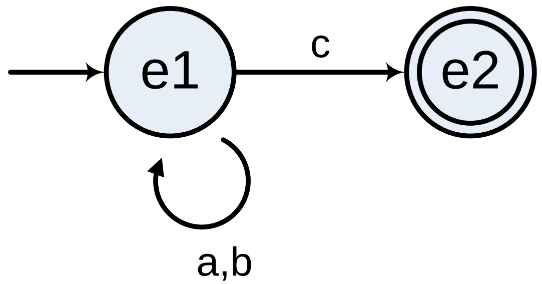
$$\delta = \{(e_1, a) \rightarrow e_1; (e_1, b) \rightarrow e_1; (e_1, c) \rightarrow e_2\}$$

$$i = e_1$$

$$\boxed{F = \{e_2\}}$$

Autômatos Finitos Determinístico (AFD)

- É comum encontrarmos a representação matricial para descrever δ:

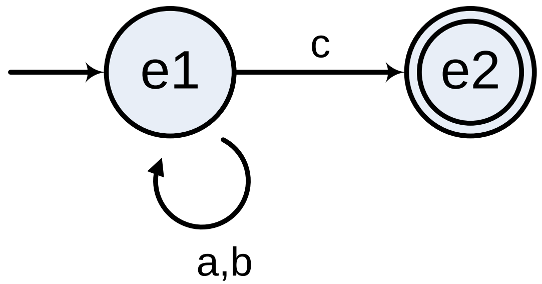


$$\delta : E \times \Sigma \rightarrow E$$

δ	a	b	c
e_1	e_1	e_1	e_2
e_2	e_3	e_3	e_3
e_3	e_3	e_3	e_3

Autômatos Finitos Determinístico (AFD)

- É comum encontrarmos a representação matricial para descrever δ:

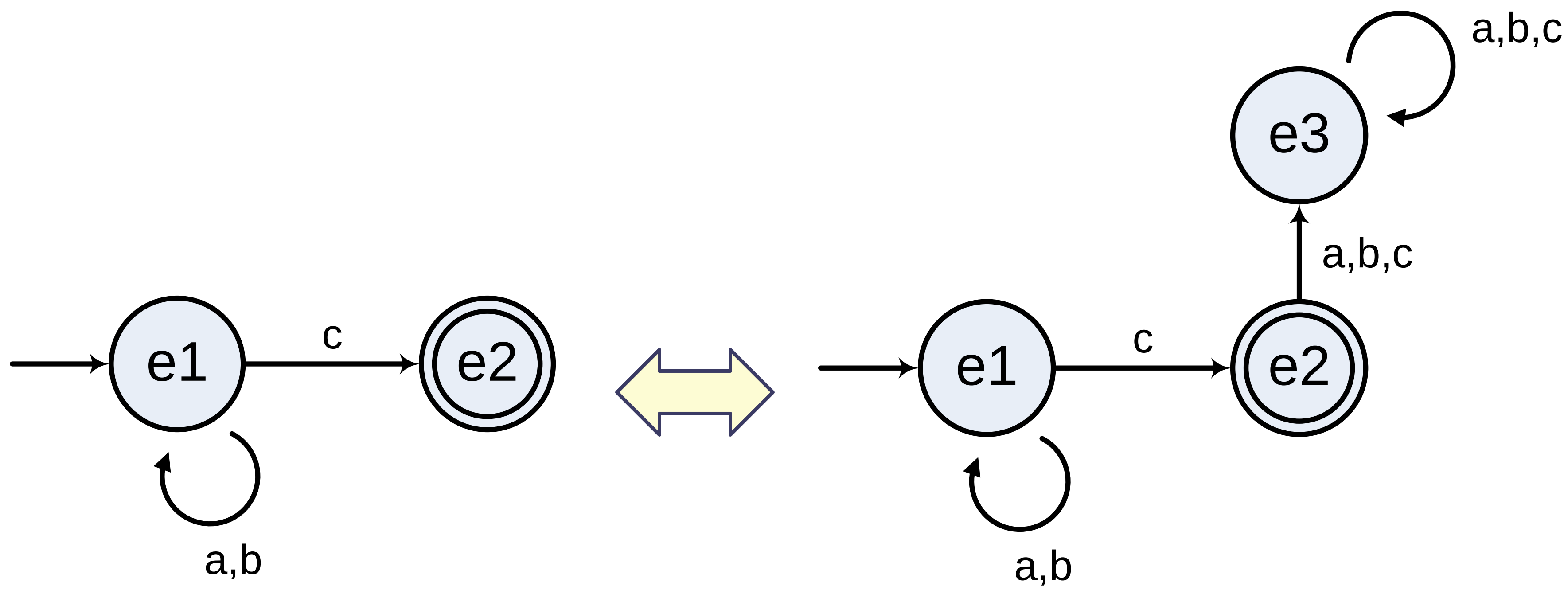


$$\delta : E \times \Sigma \rightarrow E$$

δ	a	b	c
e_1	e_1	e_1	e_2
e_2	e_3	e_3	e_3
e_3	e_3	e_3	e_3

e_3 representa um estado de erro que nem sempre é descrito nas imagens

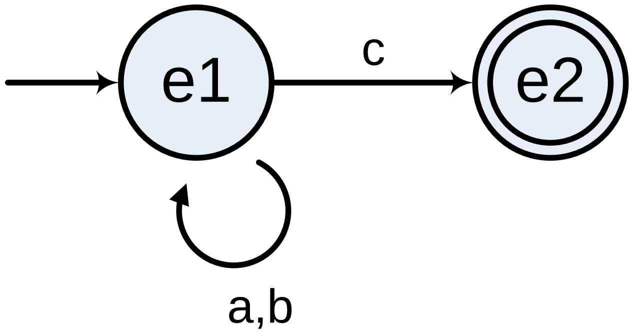
Autômatos Finitos Determinístico (AFD)



Autômatos Finitos Determinístico (AFD)

- Se *L* é o conjunto de **todas as palavras/cadeias que *M₁* aceita**, dizemos:
  - ***L* é a linguagem da máquina *M₁***.

$$M_1 = (E, \Sigma, \delta, i, F)$$

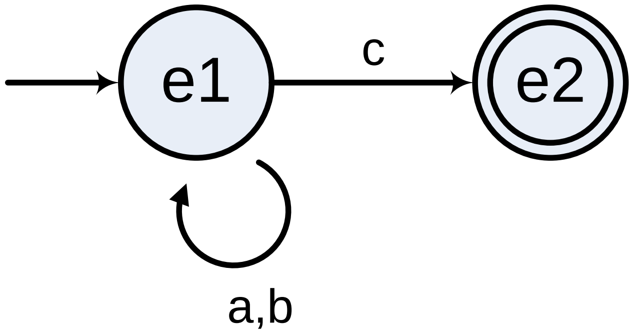


Autômatos Finitos Determinístico (AFD)

- Se L é o conjunto de todas as palavras/cadeias que M_1 aceita, dizemos:
  - L é a linguagem da máquina M_1.

- Dizemos que ***M_1* reconhece *L*** ou
- ***M_1* aceita *L***.

$$M_1 = (E, \Sigma, \delta, i, F)$$



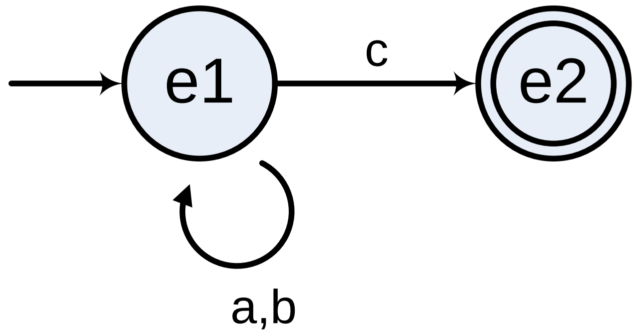
Autômatos Finitos Determinístico (AFD)

- A palavra/cadeia

  "c"

é reconhecida pela máquina M_1?

$$M_1 = (E, \Sigma, \delta, i, F)$$



Autômatos Finitos Determinístico (AFD)

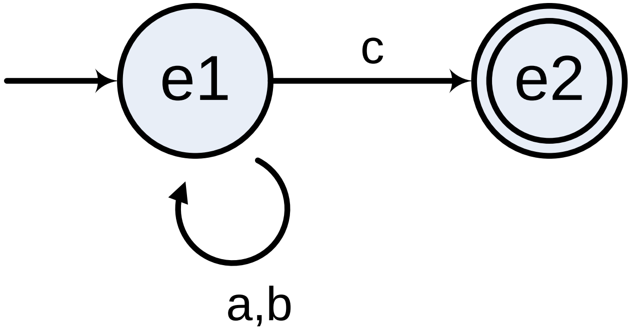
- A palavra/cadeia

  "c"

é reconhecida pela máquina M_1?

- "abc"?

$$M_1 = (E, \Sigma, \delta, i, F)$$



Autômatos Finitos Determinístico (AFD)

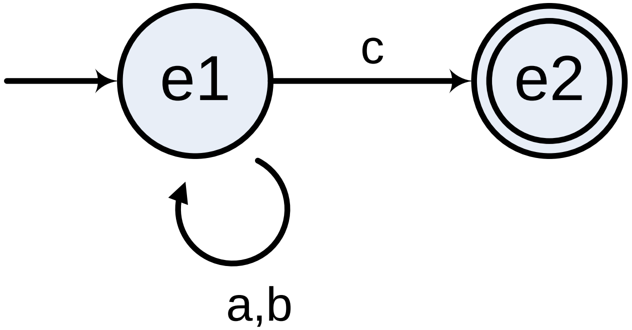
- A palavra/cadeia
  "c"

é reconhecida pela máquina M_1?

- "abc"?

- "ababc"?

$$M_1 = (E, \Sigma, \delta, i, F)$$



Autômatos Finitos Determinístico (AFD)

- A palavra/cadeia
  "*c*"

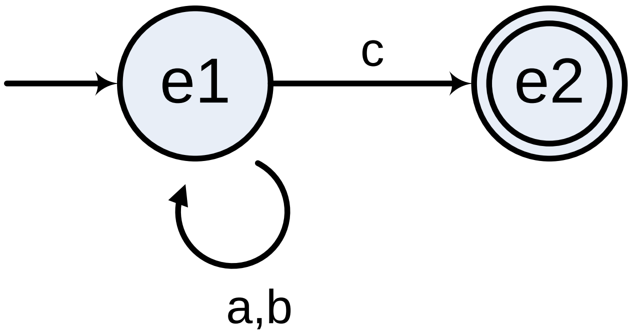
é reconhecida pela máquina M_1?

- "abc"?

- "ababc"?

- "bc"?

$$M_1 = (E, \Sigma, \delta, i, F)$$



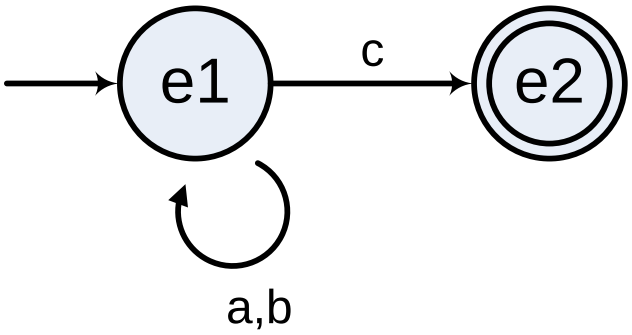
Autômatos Finitos Determinístico (AFD)

- A palavra/cadeia
  "*c*"

é reconhecida pela máquina M_1?

- "abc"?
- "ababc"?
- "bc"?
- "ca"?

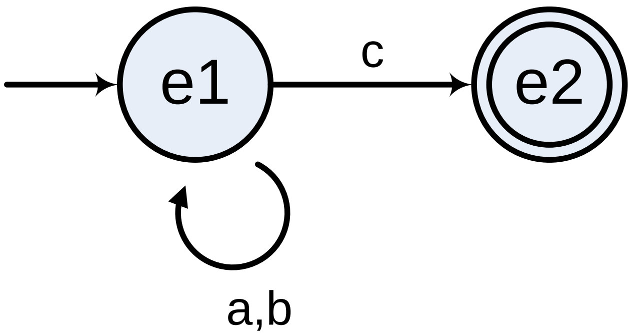
$$M_1 = (E, \Sigma, \delta, i, F)$$



Autômatos Finitos Determinístico (AFD)

- Qual linguagem M1 aceita?

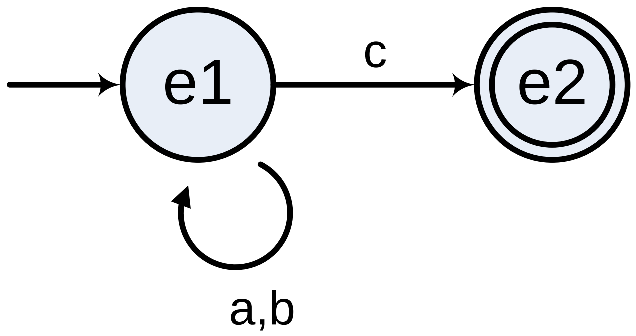
$$M_1 = (E, \Sigma, \delta, i, F)$$



Autômatos Finitos Determinístico (AFD)

- Qual linguagem M1 aceita?
  - L={a,b}*{c}

$$M_1 = (E, \Sigma, \delta, i, F)$$



Exemplos de AFDs

Autômatos Finitos Determinístico (AFD)

- Definição informal de um linguagem:
  - Toda palavra w de L possui um número impar de zeros e um número ímpar de uns;

Autômatos Finitos Determinístico (AFD)

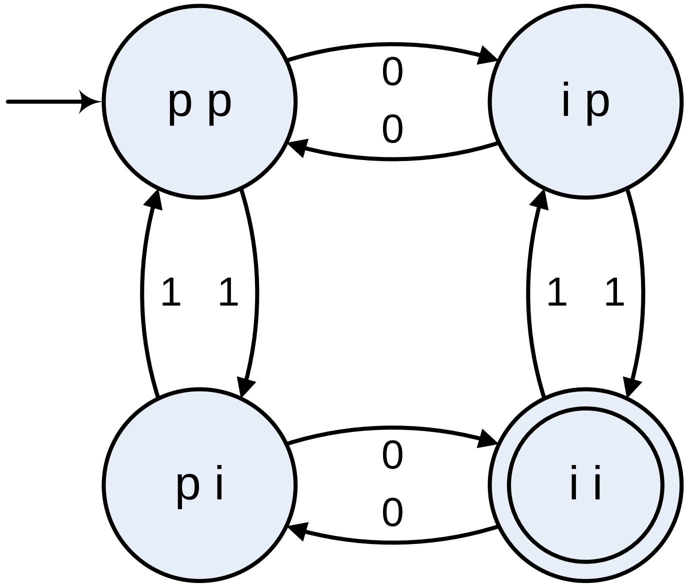
- Definição informal de um linguagem:
  - Toda palavra w de L possui um número impar de zeros e um número ímpar de uns;
- Usando a notação de conjuntos, mas ainda com informalidade da língua portuguesa:

$$L = \{w \mid n_o(w)\, \acute{e}\ impar\ e\ n_1(w)\ tamb\acute{e}m\ \acute{e}\ impar\}$$

Autômatos Finitos Determinístico (AFD)

$$L = \{w \mid n_o(w) \, é \; impar \; e \; n_1(w) \; também \; é \; impar\}$$

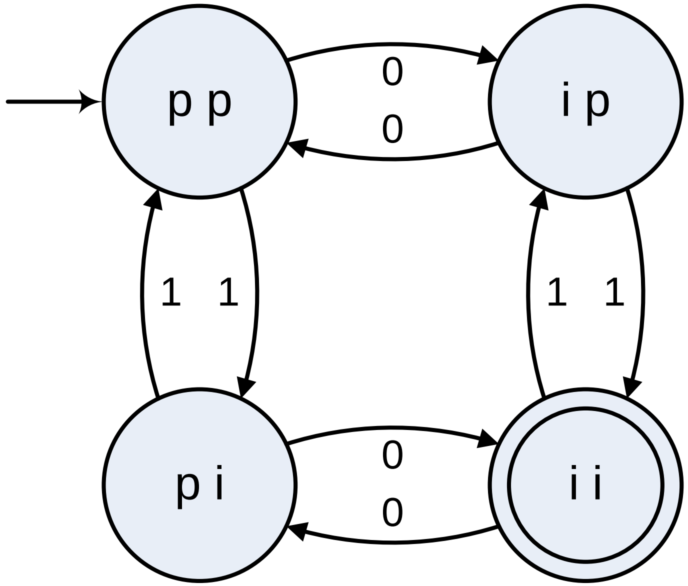
- Usando um autômato para descrever *L*:



Autômatos Finitos Determinístico (AFD)

$$L = \{w \mid n_o(w)\, é\ impar\ e\ n_1(w)\ também\ é\ impar\}$$

- Usando um **autômato para descrever *L***:



Repare que o **nome dos estados auxilia no entendimento** do autômato.

Exercícios

- Descreva um autômato para cada item, para reconhecer as seguintes linguagens regulares:
  - $L_1 = \{111\}$
  - $L_2 = \{111\} \cup \{222\}$
  - $L_3 = \{111,222,12\}$
  - $L_4 = \{111,222,12\}$
  - $L_5 = \{w \in \{a,b\}^*\}$
  - $L_6 = \{w \in \{a,b\}^* | w \text{ começa com } a\}$
  - $L_7 = \{w \in \{a,b\}^* | w \text{ começa com } a \text{ e tem tamanho par}\}$
  - $L_8 = \{w \in \{a,b\}^* | |w| \leq 3\}$
  - $L_9 = \{w \in \{a,b\}^* | w \text{ termina com 3 b's}\}$
  - $L_{10} = \{w \in \{a,b\}^* | w \text{ começa com } a \text{ e termina com } a\}$

Leitura para próxima aula

- SIPSER, Michael. Introdução à Teoria da Computação. 2a ed.:São Paulo, Thomson, 2007.
    - 1.1 Linguagens Regulares
        - Projetando autômatos finitos
        - As operações regulares

- VIEIRA, Newton José. Introdução aos Fundamentos da Computação: Linguagens e Máquinas. 1a ed.: Rio de Janeiro: Thomson, 2006.
    - 2.2.2 Minimização de AFDs
    - 2.2.3 Algumas propriedades dos AFDs

Bibliografia

- SIPSER, Michael. Introdução à Teoria da Computação. 2a ed.:São Paulo, Thomson, 2007.

- VIEIRA, Newton José. Introdução aos Fundamentos da Computação: Linguagens e Máquinas. 1a ed.: Rio de Janeiro: Thomson, 2006.