

Universidade Federal de Alfenas

Algoritmos em Grafos

Aula 03 – Representação Computacional
Prof. Humberto César Brandão de Oliveira



Última aula

- Grafos:
 - Vértices
 - Arestas
- Alguns tipos de grafos:
 - Grafos simples
 - Grafos simples completos
 - Grafos simples vazios
 - Grafos não orientados
 - Grafos orientados
 - Grafos valorados

Representação

- E se quisermos armazenar um grafo em um computador?
- Precisamos armazenar os dados essenciais da definição de grafo;
- A partir desta informação podemos, por exemplo:
 - Construir uma representação visual ou efetuar operações sobre o grafo;
 - Aplicar algoritmos para otimizar determinadas tarefas;
 - Determinar se alguma tarefa é possível de ser realizada.

Representação

- Diversas são as formas de representar tal estrutura computacionalmente;
- **Estruturas comumente utilizadas:**
 - **Matriz de Adjacência;**
 - **Matriz de Incidência;**
 - **Lista de Adjacência.**

Matriz de Adjacência

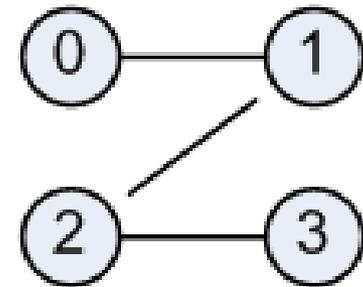


Representação

Matriz de adjacência

- Lembrando o conceito de adjacência:
 - a é adjacente a b se a está conectado a b ;
- A matriz de adjacência possui a informação que reflete este conceito:
- Suponha a matriz quadrada M

$$m_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{se } i \text{ é adjacente a } j \\ 0, & \text{em caso contrário} \end{cases}$$

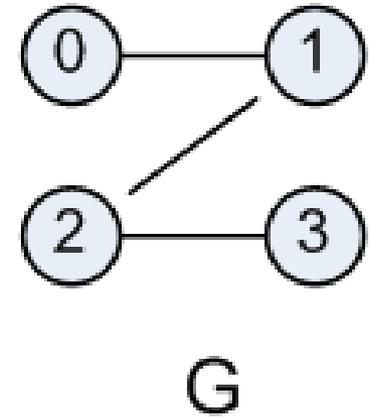


G

Representação

Matriz de adjacência

$$m_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{se } i \text{ é adjacente a } j \\ 0, & \text{em caso contrário} \end{cases}$$



	0	1	2	3
0	0	1	0	0
1	1	0	1	0
2	0	1	0	1
3	0	0	1	0

Representação

Matriz de adjacência

- Em um grafo K_4 , como seria a matriz de adjacência?
- E em um grafo complemento de K_4 ?

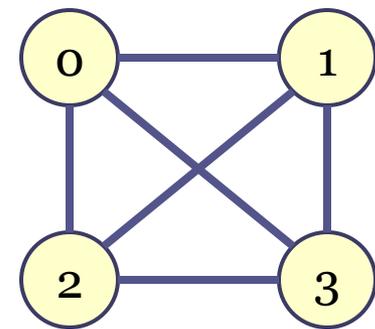
Representação

Matriz de adjacência

$$m_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{se } i \text{ é adjacente a } j \\ 0, & \text{em caso contrário} \end{cases}$$

Em um grafo K_4 , como seria a matriz de adjacência?

	0	1	2	3
0	0	1	1	1
1	1	0	1	1
2	1	1	0	1
3	1	1	1	0

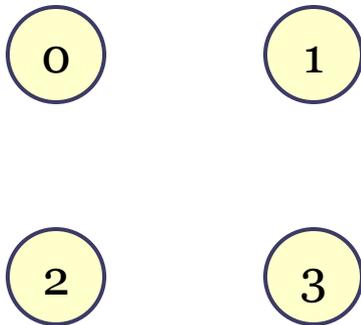


Representação

Matriz de adjacência

$$m_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{se } i \text{ é adjacente a } j \\ 0, & \text{em caso contrário} \end{cases}$$

E em um grafo complemento de K_4 ?

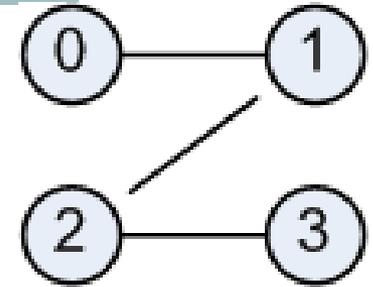


	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	0	0	0
2	0	0	0	0
3	0	0	0	0

Representação

Matriz de adjacência

	0	1	2	3
0	0	1	0	0
1	1	0	1	0
2	0	1	0	1
3	0	0	1	0



G

- Vantagem????
- Desvantagem???

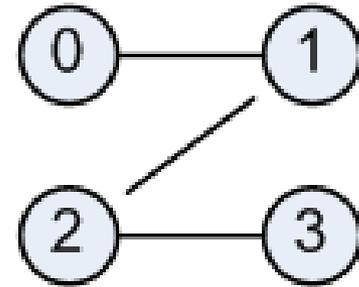
Representação

Matriz de adjacência

- Vantagem:
 - Acesso: $\Theta(1)$

- Desvantagens???
 - Memória:

$$\Theta(|V|^2)$$



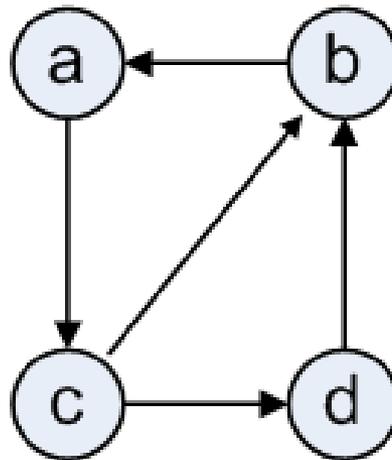
G

	0	1	2	3
0	0	1	0	0
1	1	0	1	0
2	0	1	0	1
3	0	0	1	0

Representação

Matriz de adjacência

- É possível representar grafos direcionados usando matriz de adjacência???

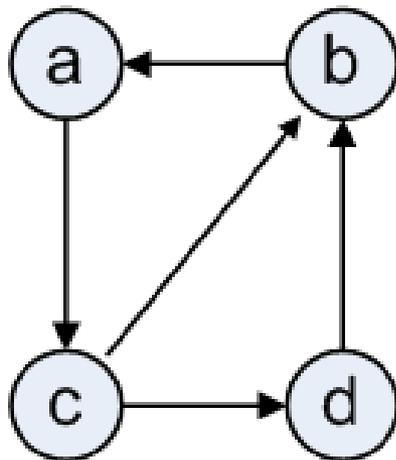


G_C

Representação

Matriz de adjacência

- É possível representar grafos direcionados usando matriz de adjacência???



G_c

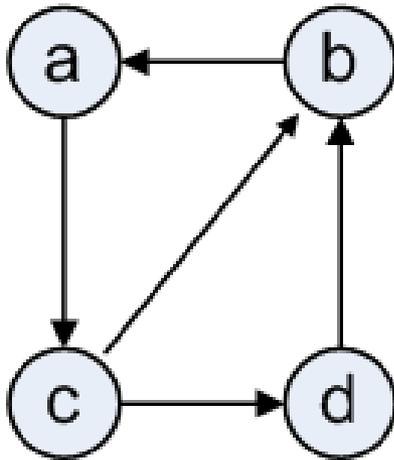
Uma forma...

	a	b	c	d
a	0	+1	-1	0
b	-1	0	+1	+1
c	+1	-1	0	-1
d	0	-1	+1	0

Representação

Matriz de adjacência

- É possível representar grafos direcionados usando matriz de adjacência???



G_c

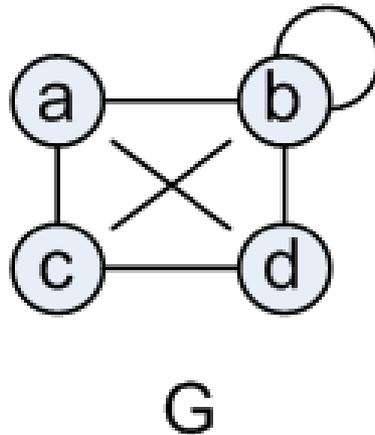
Outra forma...

	a	b	c	d
a	0	0	1	0
b	1	0	0	0
c	0	1	0	1
d	0	1	0	0

Representação

Matriz de adjacência

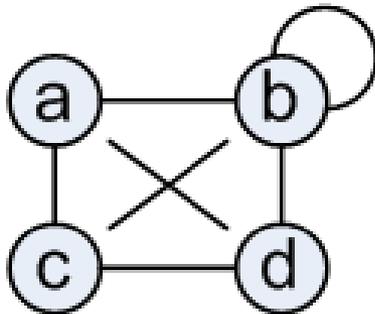
- É possível representar grafos com arestas laço utilizando matriz de adjacência?



Representação

Matriz de adjacência

- É possível representar grafos com arestas laço utilizando matriz de adjacência?



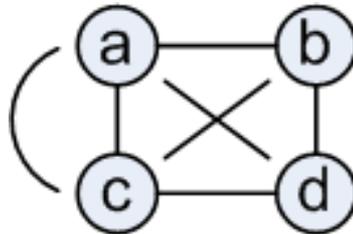
G

	a	b	c	d
a	0	1	1	1
b	1	1	1	1
c	1	1	0	1
d	1	1	1	0

Representação

Matriz de adjacência

- É possível representar grafos com arestas paralelas utilizando matriz de adjacência?

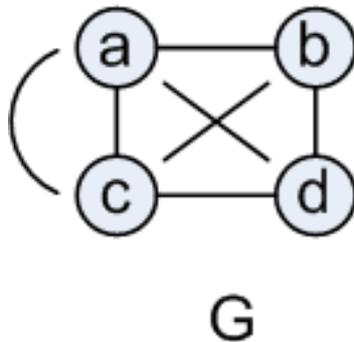


G

Representação

Matriz de adjacência

- É possível representar grafos com arestas paralelas utilizando matriz de adjacência?

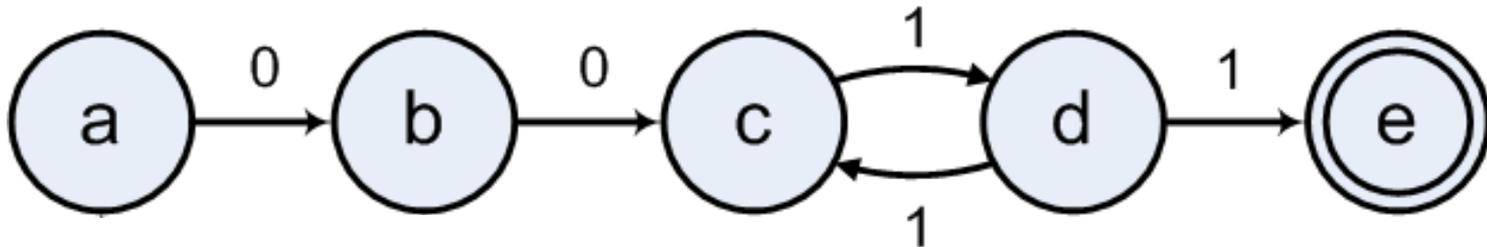


	a	b	c	d
a	0	1	2	1
b	1	0	1	1
c	2	1	0	1
d	1	1	1	0

Representação

Matriz de adjacência

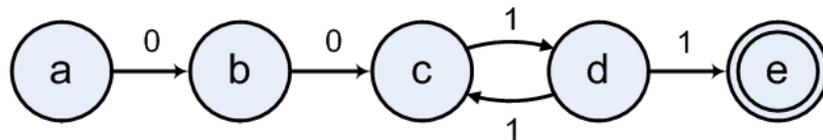
- É possível representar grafos com arestas valoradas utilizando matriz de adjacência?



Representação

Matriz de adjacência

- É possível representar grafos com arestas valoradas utilizando matriz de adjacência?

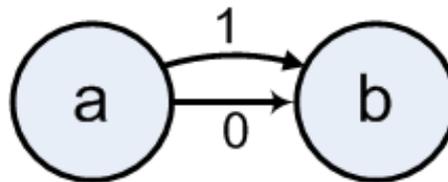


	a	b	c	d	e
a	∞	0	∞	∞	∞
b	∞	∞	0	∞	∞
c	∞	∞	∞	1	∞
d	∞	∞	1	∞	1
e	∞	∞	∞	∞	∞

Representação

Matriz de adjacência

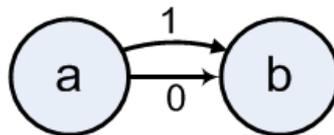
- É possível representar grafos com arestas valoradas e com arestas paralelas utilizando matriz de adjacência?



Representação

Matriz de adjacência

- É possível representar grafos com arestas valoradas e com arestas paralelas utilizando matriz de adjacência?



	a	b
a	0	-2
b	+2	0

Não é possível sem utilizar estruturas auxiliares.

Matriz de Incidência



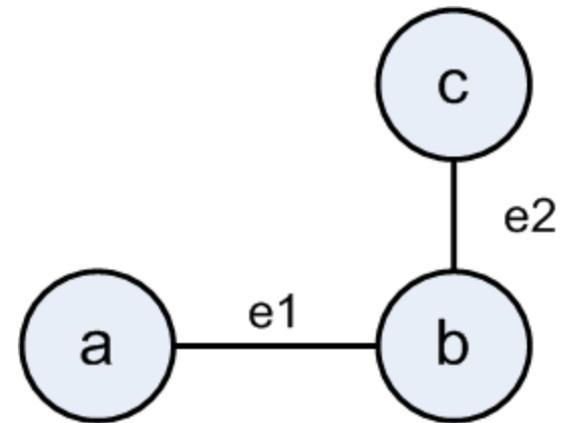
Representação

Matriz de Incidência

- A matriz de incidência possui a seguinte dimensão:

$$|V| \times |A|$$

- Suponha a matriz $M_{|V| \times |A|}$



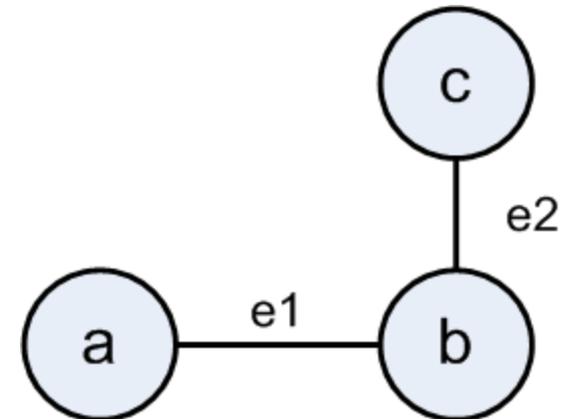
$$m_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{se a aresta } j \text{ incide no vértice } i \\ 0, & \text{em caso contrário} \end{cases}$$

Representação

Matriz de Incidência

$$m_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{se a aresta } j \text{ incide no vértice } i \\ 0, & \text{em caso contrário} \end{cases}$$

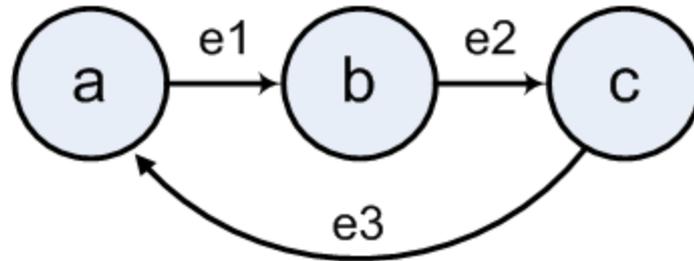
	e1	e2
a	1	0
b	1	1
c	0	1



Representação

Matriz de Incidência

- Podemos representar grafos orientados utilizando matriz de incidência???

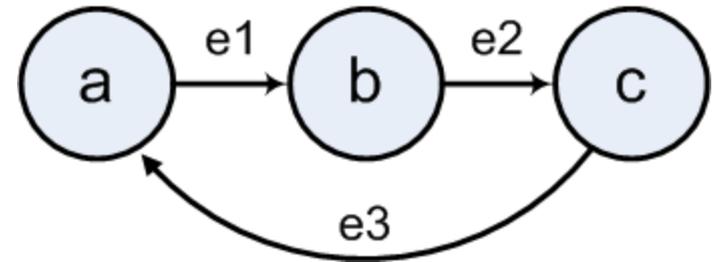


Representação

Matriz de Incidência

$$m_{i,j} = \begin{cases} -1, & \text{se a aresta } j \text{ tem como origem o vértice } i \\ +1, & \text{se a aresta } j \text{ tem como destino o vértice } i \\ 0, & \text{em caso contrário} \end{cases}$$

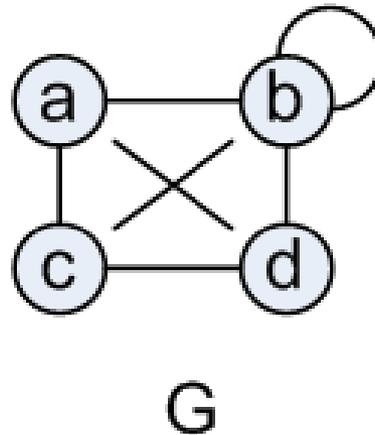
	e1	e2	e3
a	-1	0	+1
b	+1	-1	0
c	0	+1	-1



Representação

Matriz de Incidência

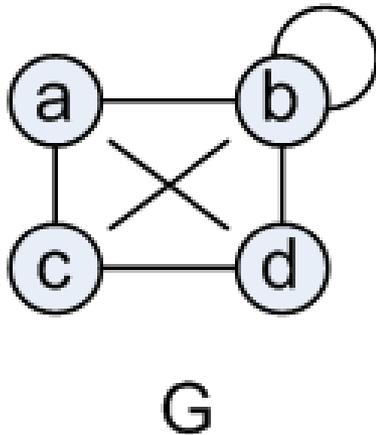
- É possível representar grafos com arestas laço utilizando matriz de incidência?



Representação

Matriz de Incidência

- É possível representar grafos com arestas laço utilizando matriz de incidência?

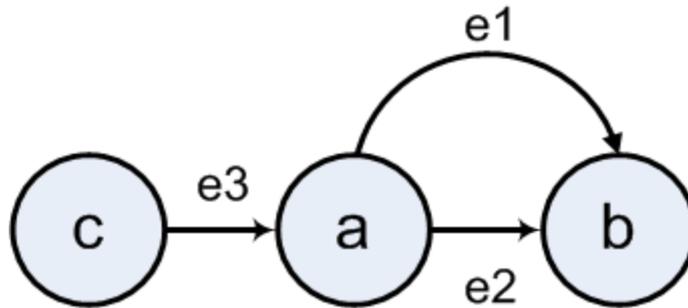


	e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7
a	1	1	1	0	0	0	0
b	1	0	0	1	1	0	2
c	0	1	0	1	0	1	0
d	0	0	1	0	1	1	0

Representação

Matriz de Incidência

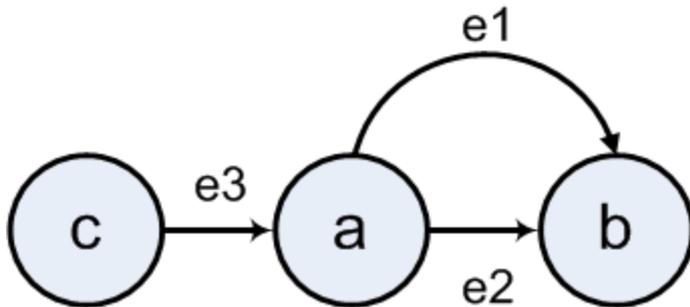
- É possível representar grafos com arestas paralelas utilizando matriz de incidência?



Representação

Matriz de Incidência

- É possível representar grafos com arestas paralelas utilizando matriz de incidência?



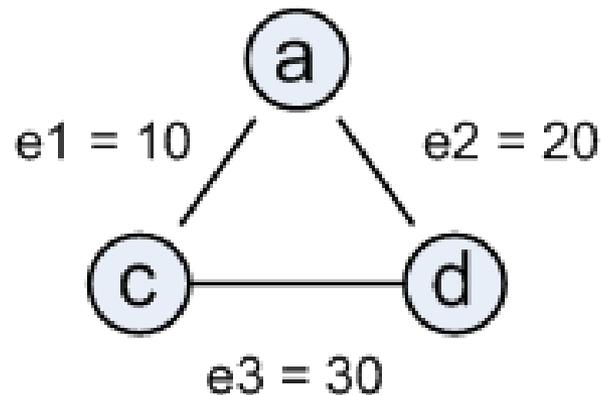
Mesma representação para arestas distintas

	e1	e2	e3
a	-1	-1	+1
b	+1	+1	0
c	0	0	-1

Representação

Matriz de Incidência

- É possível representar grafos com arestas valoradas utilizando matriz de incidência?



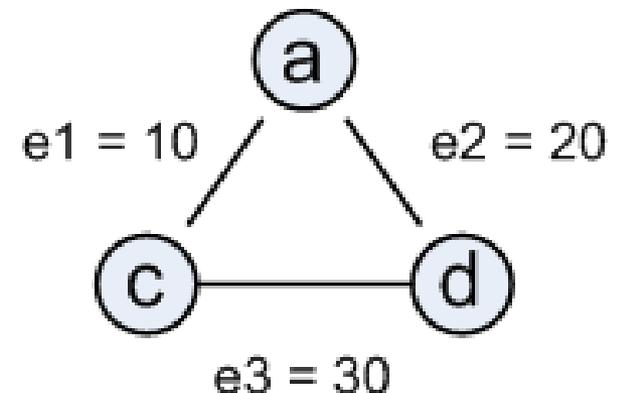
Representação

Matriz de Incidência

- É possível representar grafos com arestas valoradas utilizando matriz de incidência?

$$m_{i,j} = \begin{cases} c_j, & \text{se a aresta } j \text{ incide no vértice } i \\ \infty, & \text{em caso contrário} \end{cases}$$

	e1	e2	e3
a	10	20	∞
c	10	∞	30
d	∞	20	30



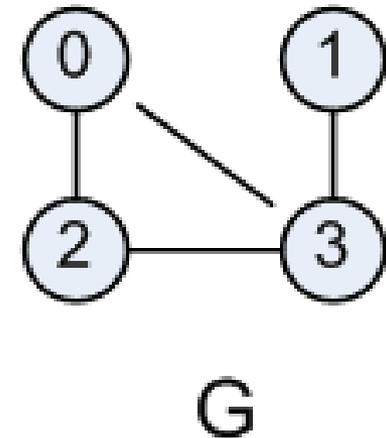
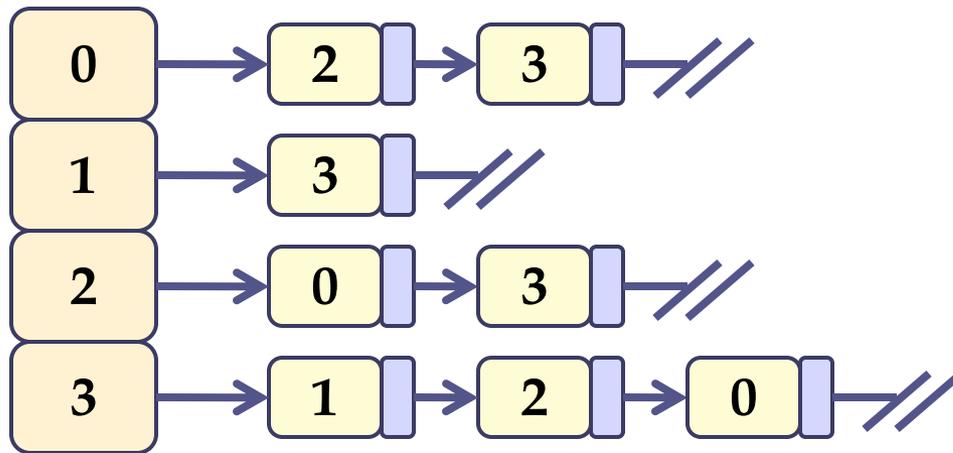
Lista de Adjacência



Representação

Lista de Adjacência

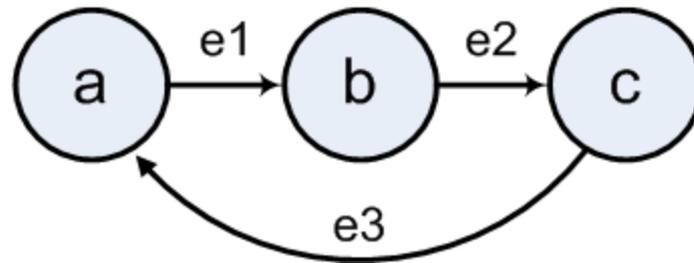
- Estrutura de dados:
 - Vetor de listas;



Representação

Lista de Adjacência

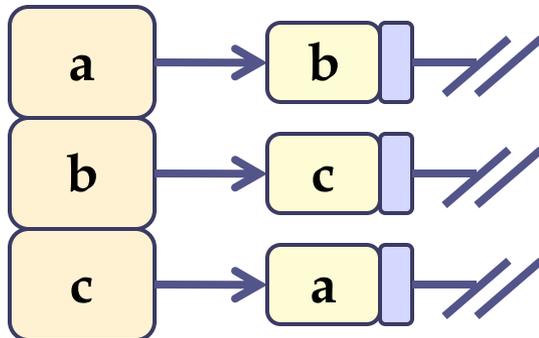
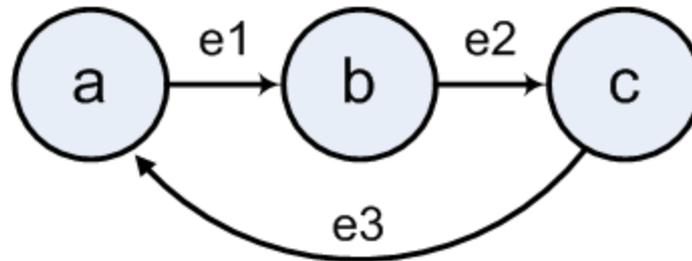
- Podemos representar grafos orientados utilizando lista de adjacência?



Representação

Lista de Adjacência

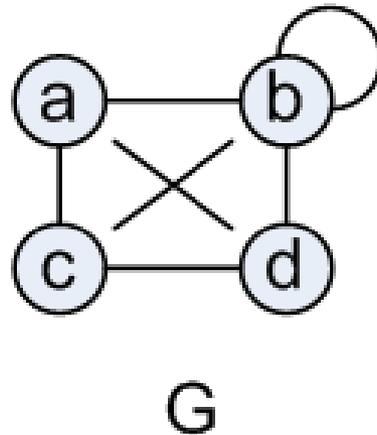
- Podemos representar grafos orientados utilizando lista de adjacência?



Representação

Lista de Adjacência

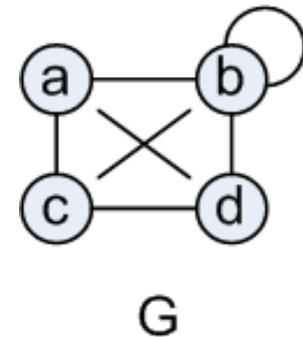
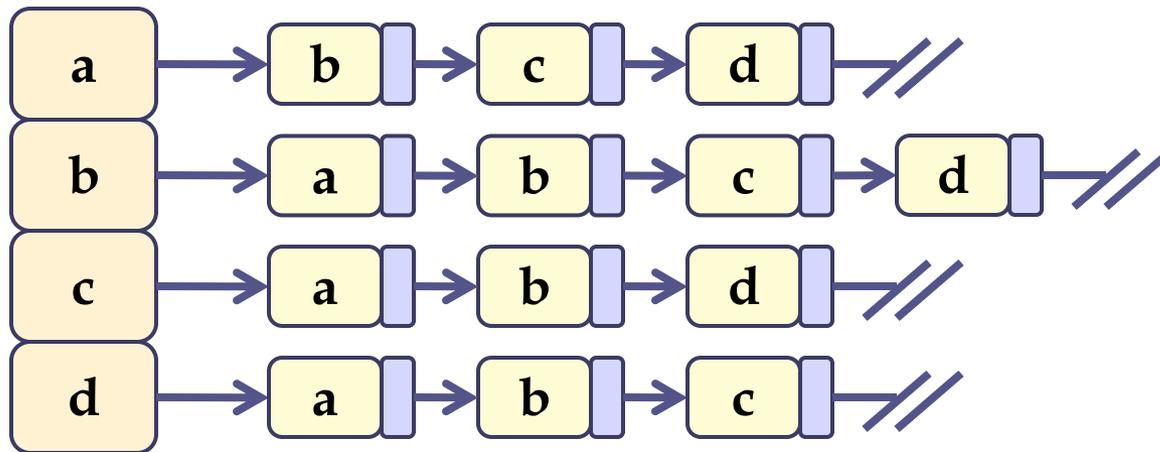
- É possível representar grafos com arestas laço utilizando lista de adjacência?



Representação

Lista de Adjacência

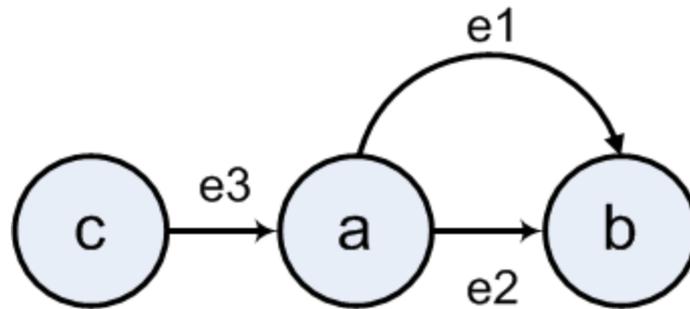
- É possível representar grafos com arestas laço utilizando lista de adjacência?



Representação

Lista de Adjacência

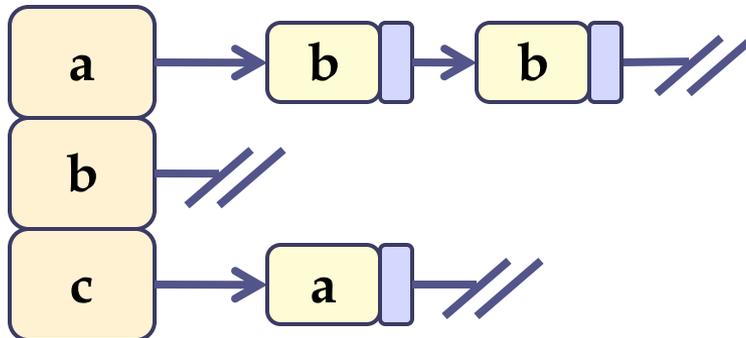
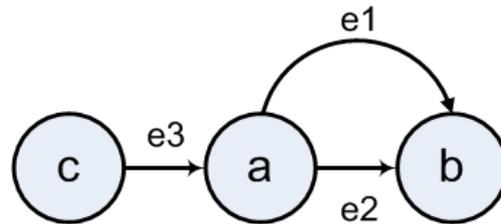
- É possível representar grafos com arestas paralelas utilizando lista de adjacência?



Representação

Lista de Adjacência

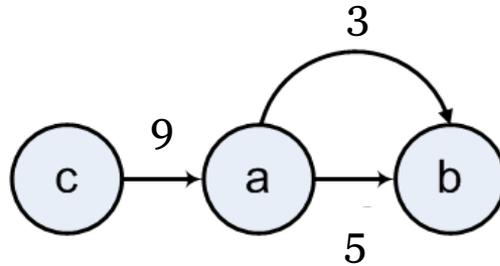
- É possível representar grafos com arestas paralelas utilizando lista de adjacência?



Representação

Lista de Adjacência

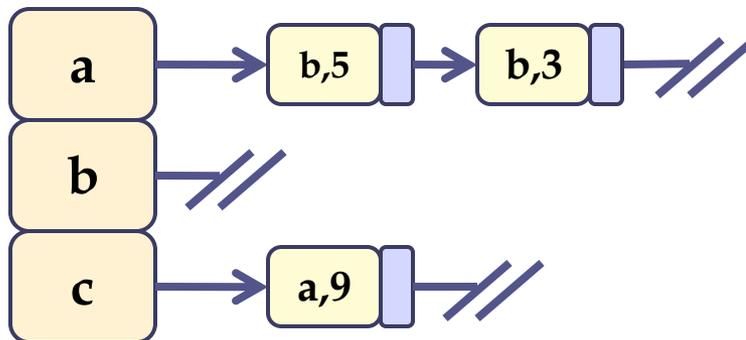
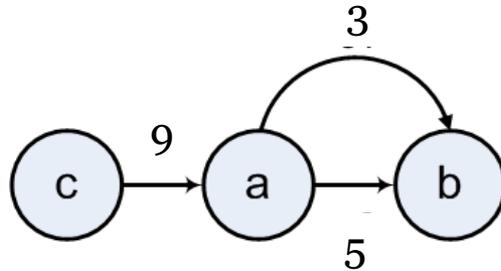
- É possível representar grafos com arestas valoradas utilizando lista de adjacência?



Representação

Lista de Adjacência

- É possível representar grafos com arestas valoradas utilizando lista de adjacência?

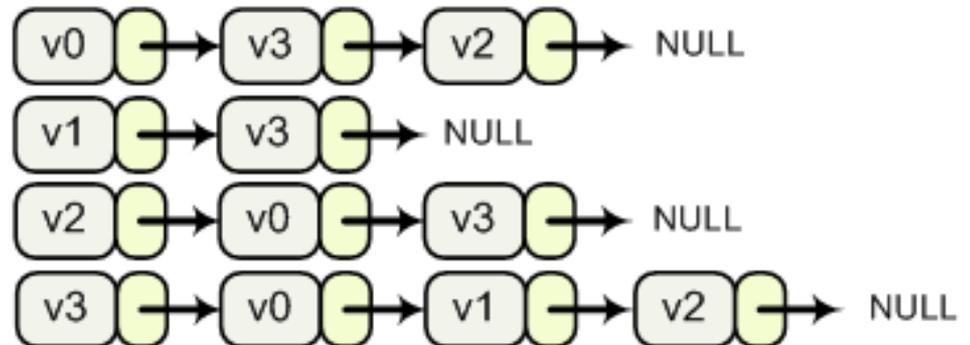


Representação

Lista de Adjacência

- Vantagem?
- Desvantagem?

Vetor de Listas



Representação

Lista de Adjacência

- Vantagem?

- Memória:

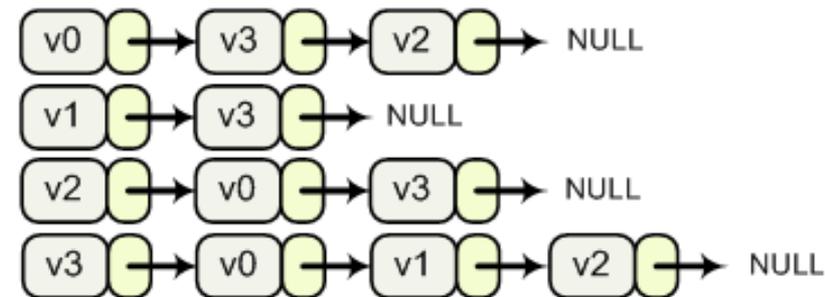
$$\Theta(|V| + |A|)$$

- Desvantagem

- Acesso:

$$\Theta(|A|)$$

Vetor de Listas



Bibliografia

- CORMEN, T. H.; LEISERSON, C. E.; RIVEST, R. L.; (2002). Algoritmos – Teoria e Prática. Tradução da 2ª edição americana. Rio de Janeiro. Editora Campus.
 - [Capítulo 22.1](#)
- ZIVIANI, N. (2007). Projeto e Algoritmos com implementações em Java e C++. São Paulo. Editora Thomson;
 - [Capítulo 7.2](#)

